L'analyse par intervalles

L'idée maîtresse de l'analyse par intervalles est très simple : remplacer les nombres réels par des intervalles auxquels ils appartiennent.

Il est alors possible d'obtenir **des résultats numériques garantis** par la transposition aux intervalles des algorithmes classiques opérant sur des réels[1].

Cette transposition est rendue possible sous *Matlab* par la définition d'un objet « intervalle » pour lequel les opérations élémentaires (+, -, *, / …) peuvent être redéfinies.

Des algorithmes de plus haut niveau, spécifiques aux intervalles, peuvent alors être définis pour résoudre différents problèmes pour lesquels il n'existait jusqu'alors pas de solution :

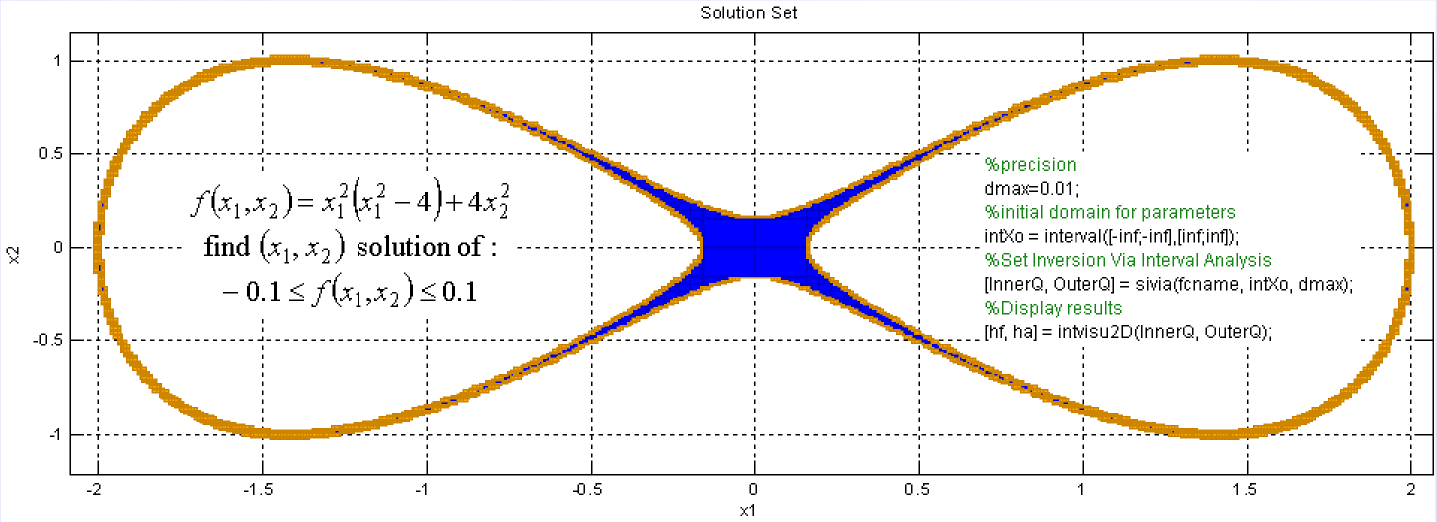
- résolution numérique garantie de systèmes d'équations non linéaires
- optimisation globale garantie
- preuve de la stabilité d'une boucle de régulation sur un domaine paramétrique
- estimation du domaine de stabilité d'une boucle de régulation
- estimation des marges de robustesse minimales sur un domaine paramétrique

Ces algorithmes sont regroupés dans une boîte à outil pour *Matlab* :

Acsysteme Interval Toolbox

L'utilisation de ces algorithmes ne requiert pas de connaissances approfondies dans le domaine de l'analyse par intervalles.

Le terme « garanti » signifie que des approximations incluses et englobantes vis-à-vis de l'ensemble solution sont obtenues. La précision de ces approximations peut être améliorée autant que désiré.



[1] : *Applied Interval Analysis*, Luc JAULIN, Michel KIEFFER, Olivier DIDRIT and Eric WALTER, Springer 2001

SA au capital de 166 100 €
RCS Rennes B 441 000 775
APE 742C

Acsystème
9 rue de la Motte d'Ille
35830 Betton

téléphone : *+33 2 99 55 18 11*
télécopie : *+33 2 99 55 19 53*
site internet : *www.acsysteme.com*

Exemples d'application

Déterminer facilement le domaine de stabilité d'une boucle de régulation

Exemple :

Considérons une boucle de régulation dont le polynôme caractéristique de la boucle fermée est[1] :

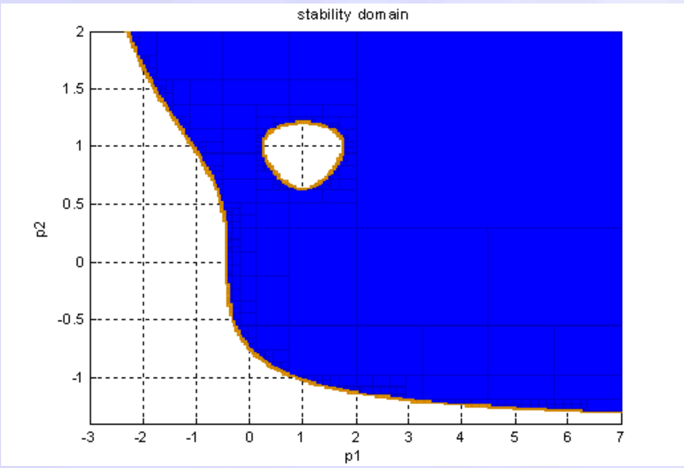
$$P(s,p_1,p_2) = s^3 + \left(p_1 + p_2^3 + 2\right)s^2 + \left(p_1 + p_2^3 + 2\right)s$$
$$+2p_1p_2^3 + 6p_1 + 6p_2^3 + 2 + \sigma^2$$

où p_1, p_2 et σ sont des paramètres physiques influant sur le système :

$$-3 \le p_1 \le 7$$
$$-0.4 \le p_2 \le 2$$
$$\sigma = 0.75$$

Notez que la dépendance paramétrique est non linéaire.

Acsysteme Interval Toolbox, boîte à outils pour *Matlab*, permet de déterminer le domaine de stabilité de la boucle en quelques secondes :



- La zone bleue correspond au domaine à l'intérieur duquel **la stabilité est garantie**.
- Les zones blanches correspondent au domaine à l'intérieur duquel **l'instabilité a été prouvée**.
- Les zones orangées correspondent au domaine d'incertitude. L'épaisseur des zones orangées peut être réduite à une valeur aussi petite que désirée.

Le coefficient σ définit en fait le volume d'une zone instable contenant le point $p_c = (1,\ 1)$, à l'intérieur de la zone stable.

Trouver facilement tous les optima globaux d'une fonction

Exemple :

Considérons la fonction à minimiser :

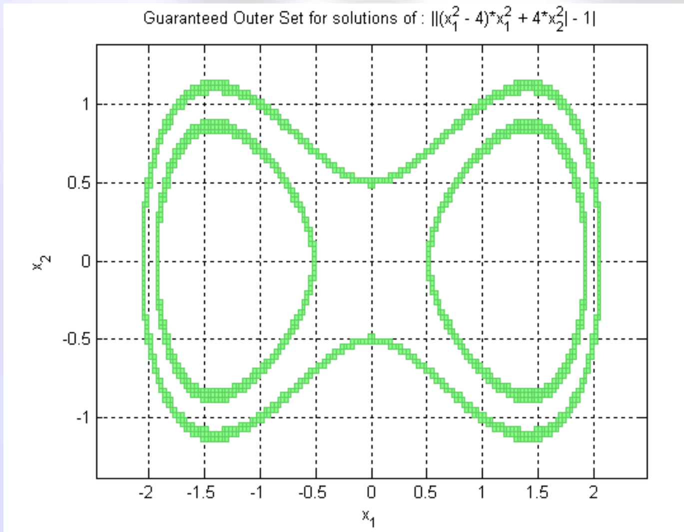
$$f(x_1,x_2) = \left\|\left(x_1^2 - 4\right)x_1^2 + 4x_2^2\right| - 1\right|$$

où x_1, x_2 sont des paramètres totalement inconnus :

$$-\infty \le x_1 \le \infty$$
$$-\infty \le x_2 \le \infty$$

Notez que la dépendance paramétrique est non linéaire et que la fonction admet une infinité de minima globaux (pour lesquels elle n'est pas dérivable).

Acsysteme Interval Toolbox, boîte à outils pour *Matlab*, permet de déterminer l'ensemble des minima globaux en quelques secondes :



- Les zones blanches correspondent au domaine ne contenant aucun minimum global.
- Les zones vertes correspondent au domaine contenant l'ensemble des minima globaux. L'épaisseur de la zone verte peut être réduite à une valeur aussi petite que désirée.

Les résultats sont garantis[1] : aucun minimum global ne peut être dans une zone blanche, et les minima globaux appartiennent tous aux zones vertes.

[1] : *Applied Interval Analysis*, Luc JAULIN, Michel KIEFFER, Olivier DIDRIT and Eric WALTER, Springer 2001

SA au capital de 166 100 €
RCS Rennes B 441 000 775
APE 742C

Acsystème
9 rue de la Motte d'Ille
35830 Betton

téléphone : +33 2 99 55 18 11
télécopie : +33 2 99 55 19 53
site internet : www.acsysteme.com