

Analyse d'un système mécatronique incertain quantifié dans l'espace d'état avec la métrique de Hausdorff

SORIANO Thierry

Laboratoire QUARTZ EA 7393

SEATECH Toulon, France



Contexte de travaux sur les métriques

- Etude du comportement des systèmes dynamiques hybrides , à paramètres incertains
(Groupe SDH Quenech'du 1994 - --> Zerelli 2014)
- Métriques pour l'intégration fonctionnelle et pour l'intégration physique des systèmes mécatroniques
(Clément 1990 - --> Warniez 2015)

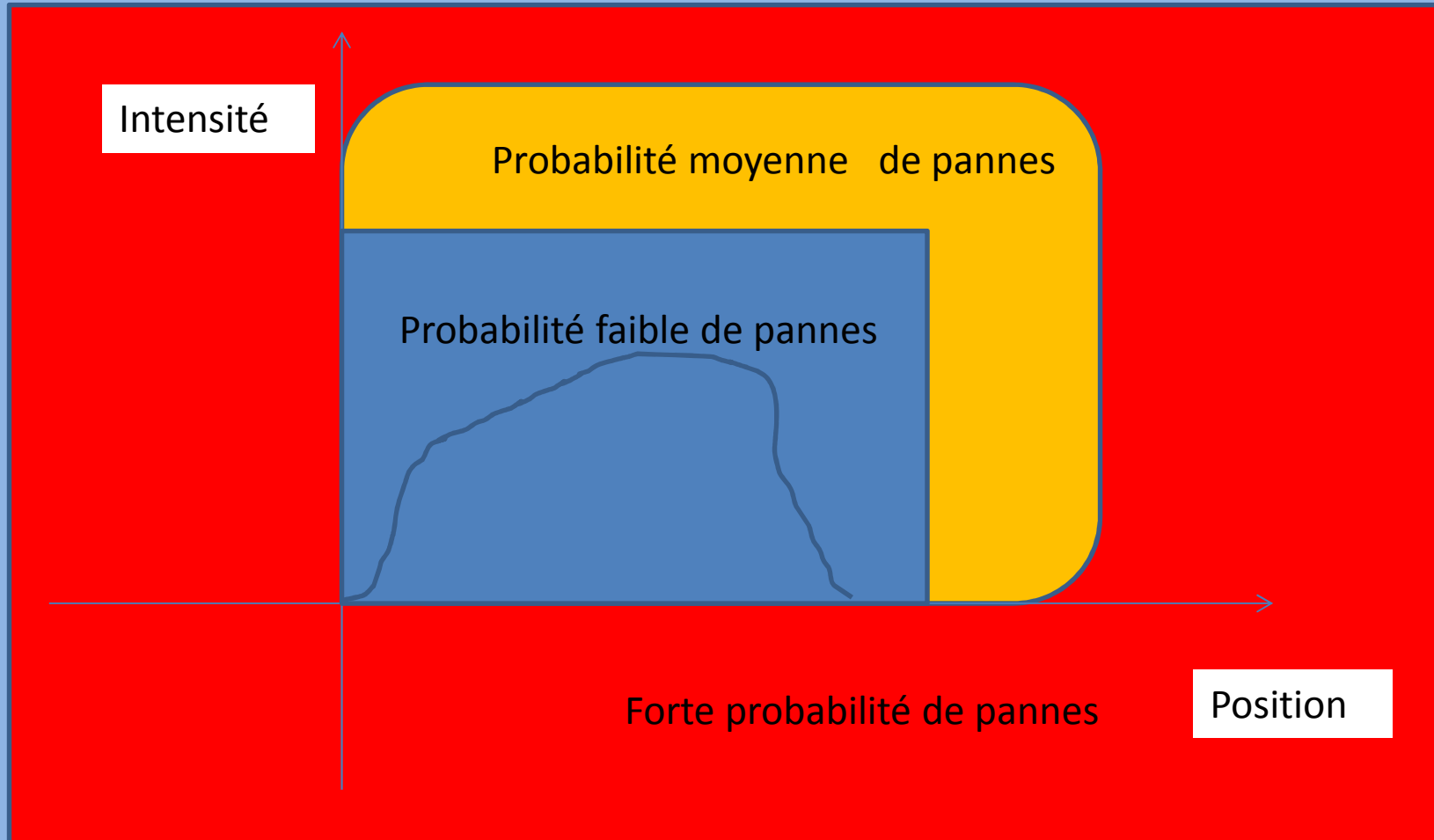


Analyse et fiabilité

- La Fiabilité peut être définie comme la capacité d'un appareil d'effectuer une fonction requise dans des conditions données pour une période de temps donnée.
- Souvent évaluée par MTBF (probabiliste)
- Normalement constante et calculée dans la phase de conception; pas d'évolution dynamique de la fiabilité par le MTBF



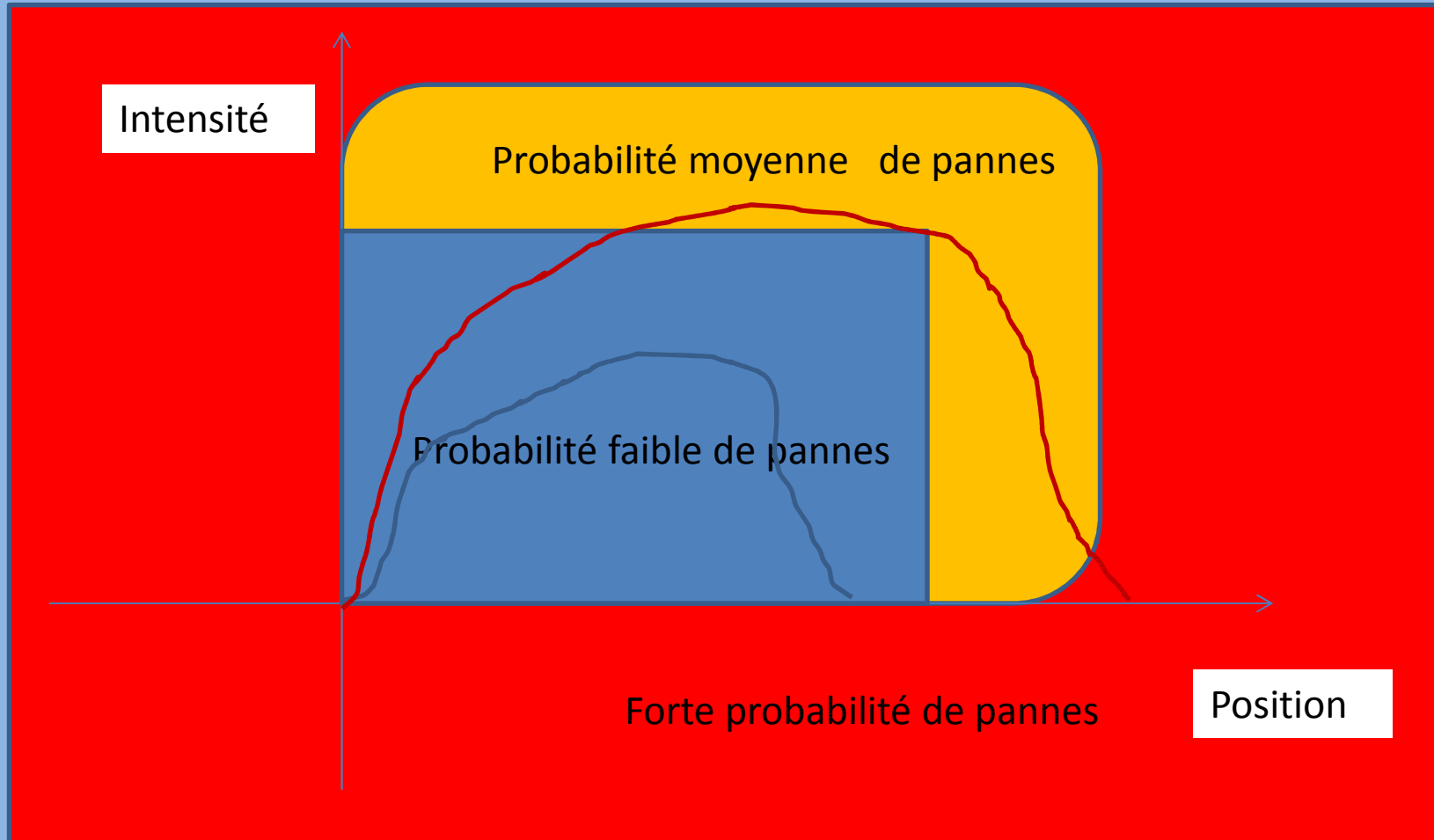
Une approche analytique qualitative dans l'espace d'état \mathbb{R}^2



Dysfonctionnement et paramètres incertains

- Une des causes de dysfonctionnement d'un système mécatronique peut être l'évolution de la valeur de certains de ses paramètres définis initialement comme constants dans les modes nominaux du système
- Une autre cause peut être la dispersion des valeurs en raison des contraintes de production

Une approche qualitative dans l'espace d'état \mathbb{R}^2



Du qualitatif au quantitatif

- Les variations de trajectoires: l'inclusion différentielle impulsionnelle
- Ensembles pertinents : la théorie de la viabilité
- Métriques pour ensembles: distance de Hausdorff

Vue dynamique: modèles basés sur l'espace d'état

Si le comportement du système de type hybride est modélisé par une représentation dans l'espace d'état, alors il est possible de modéliser la fonction qui doit être réalisée à travers la représentation de l'inclusion différentielle impulsionnelle

L'inclusion différentielle Impulsionnelle (Aubin 2013)

- Une inclusion différentielle Impulsionnelle (IDI) est une collection
 $H = (X, F, R, J)$ constituée de
 - Un espace vectoriel fini X ,
 - Une application $F: X \rightarrow 2^K$, qui est une inclusion différentielle
 - Une application $R: X \rightarrow 2^X$, correspondant à un ensemble de réinitialisations possibles
 - Un ensemble J inclus dans X correspondant aux transitions forcées

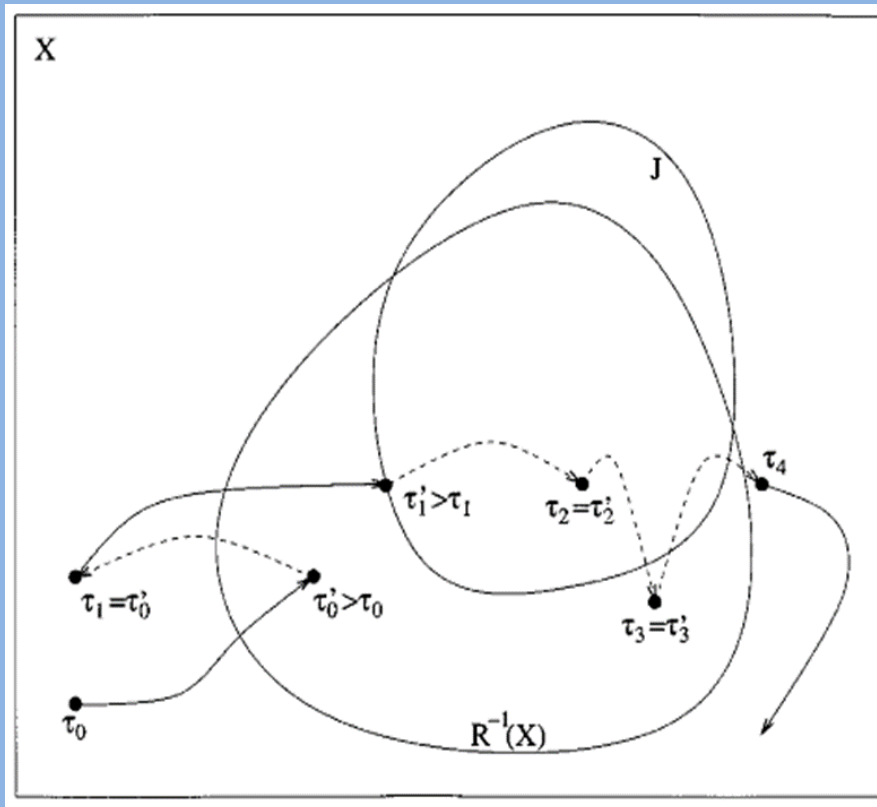
2^X désigne l'ensemble de tous les sous-ensembles de X

[Aubin, 2013] J.P Aubin, A. Bayen, P. Saint-Pierre , Viability Theory. New Directions , second edition Springer , 2013



L'inclusion Différentielle Impulsionnelle

exemple de représentation graphique



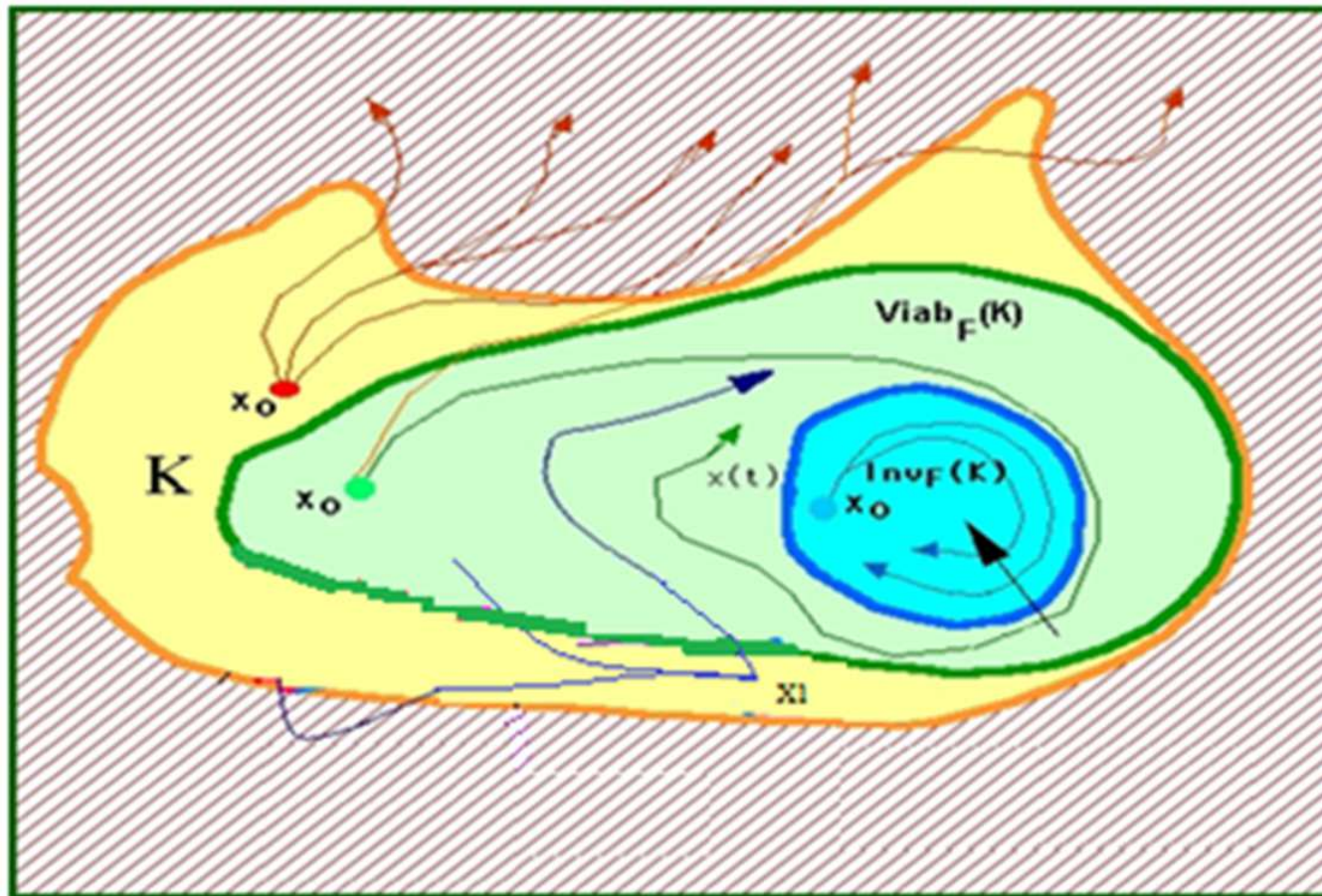
- Exemples de trajectoires à temps continu (lignes) et à dates fixes (pointillés)
- Rem: Certaines évolutions à temps nul (Cadre non standard ? Frachet 1990 ... INRIA/projet MODRIO 2015)

Analyse de fiabilité dans l'espace d'état

- Dans ce cadre général, une deuxième étape est de définir un point de vue sur la fiabilité avec des sous ensembles de l'espace d'état.
- La condition de fiabilité est alors définie par l'appartenance du vecteur d'état à un ensemble spécifié
- La théorie de la viabilité (Aubin) aborde les définitions de ces ensembles.



Ensembles issus de la théorie de la viabilité (Aubin)



Quantification : besoin de métriques

- Une fois les différents ensembles identifiés en rapport avec la fiabilité, le processus d'analyse peut être réalisé avec des approches quantitatives, et des ajustements possibles si les mesures sont disponibles pour être associées à certains types de degrés de fiabilité.
- La distance topologique entre ensembles de Hausdorff semble être un candidat adéquat pour une telle approche.

Distance topologique de Hausdorff

- Rappel: semi-distance de Hausdorff (U boule unitaire

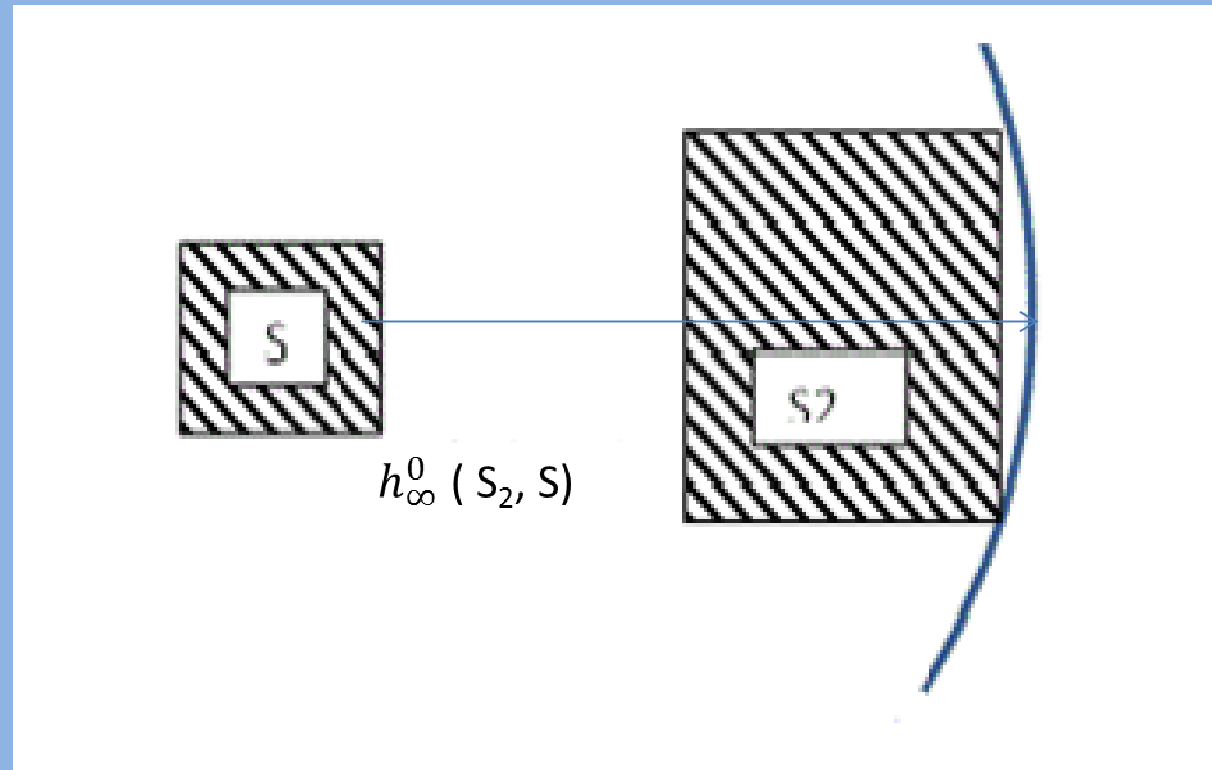
$$h_{\infty}^0(S, S_1) \stackrel{\text{def}}{=} \inf \{ r \in \mathbb{R}^+, S \subset S_1 + rU \}$$

$$h_{\infty}^0(S_1, S) \stackrel{\text{def}}{=} \inf \{ r \in \mathbb{R}^+, S_1 \subset S + rU \}$$

- Rappel: distance de Hausdorff

$$h_{\infty}(S, S_1) \stackrel{\text{def}}{=} \max \{ h_{\infty}^0(S, S_1), h_{\infty}^0(S_1, S) \}$$

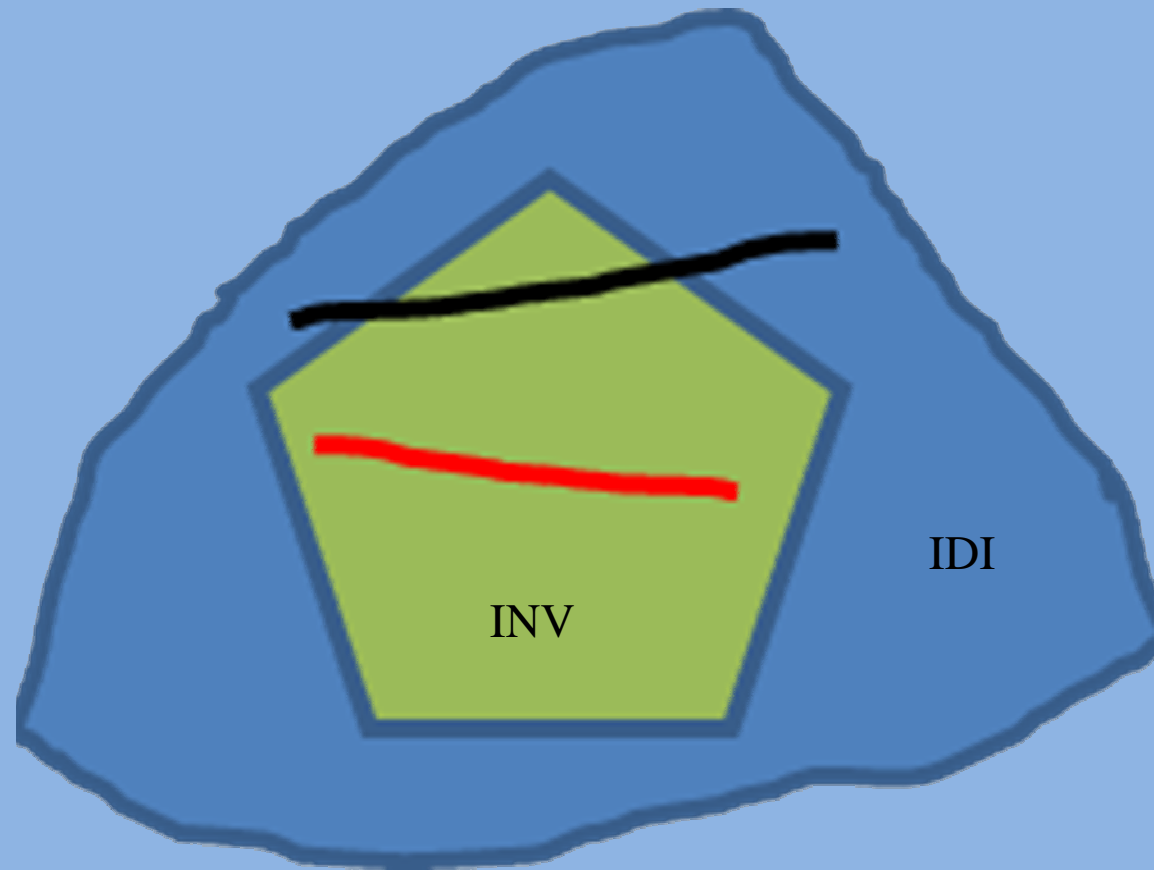
Exemple (approx.) de semi-distance



Visualisation et mesure

Un exemple d'utilisation de la métrique de Hausdorff, dans une application d'analyse à la fois visuelle et quantitative, peut être l'évaluation de la distance entre le noyau invariant Inv d'une inclusion différentielle et l'ensemble IDI représentant cette Inclusion Différentielle Impulsionnelle

Visualisation et mesure

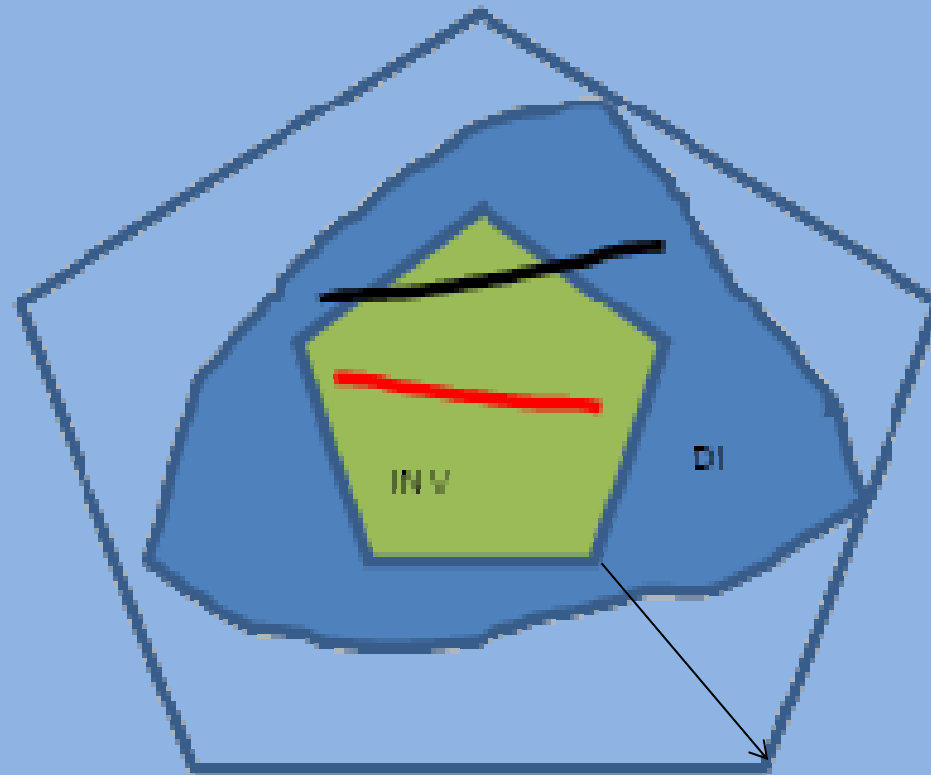


INV noyau invariant de l'inclusion différentielle impulsionnelle

IDI ensemble associé à l'Inclusion Différentielle Impulsionnelle



Visualisation et mesure



Application au développement du tolérancement

On fixe un sous ensemble souhaité S qui doit inclure l'invariant INV de l'inclusion différentielle impulsionnelle IDI.

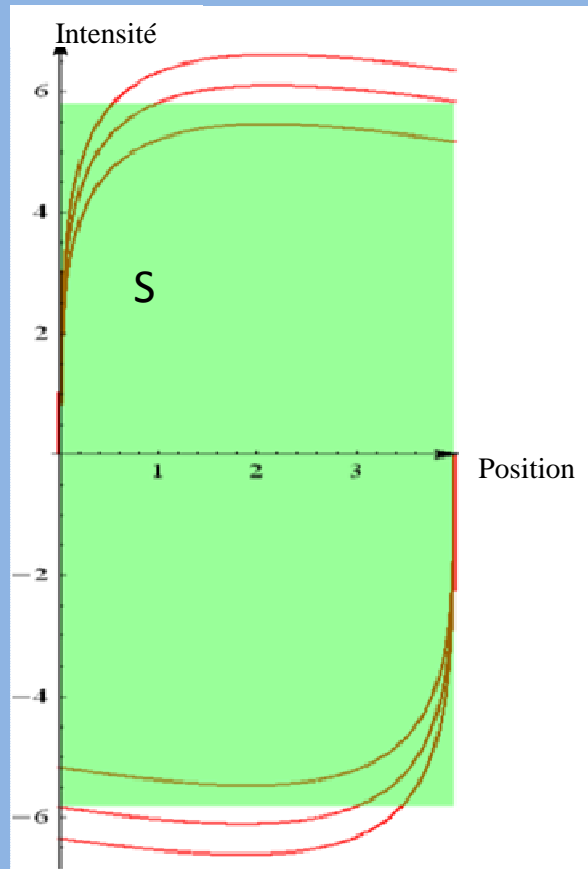
On traduit cela par des contraintes d'inégalité sur les variables d'état;

Nous nous sommes intéressés à trois cas (Zerelli 2014) :

- S fixe en raison de la fiabilité désirée , combiné à une plage de variation d'un paramètre avec des limites variables.
- S variable et plage de variation d'un paramètre avec des limites fixes.
- S fixe et intervalle de variation d'un paramètre avec des limites fixes.

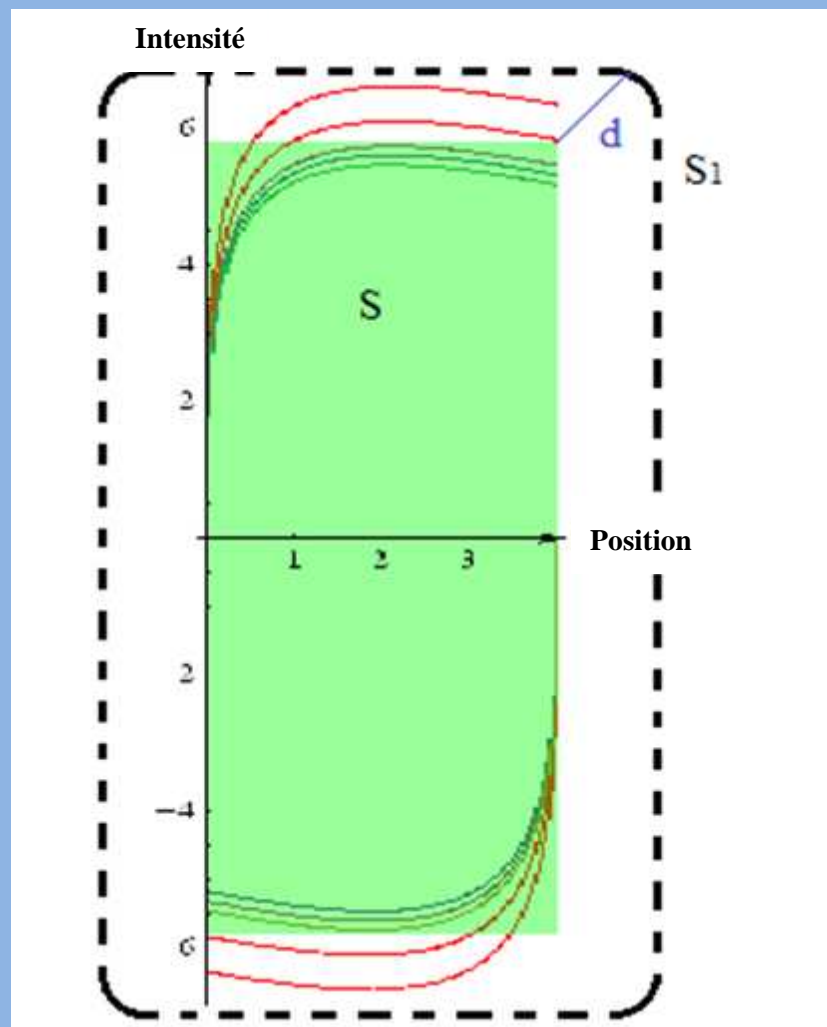


Exemple d'un ensemble moteur-réducteur-inertie à résistance électrique et coefficient de frottement incertains



Projection de l'Inclusion
Différentielle Impulsionnelle:
S souhaité et IDI calculé

Distance de Hausdorff d entre l'Inclusion Différentielle Impulsionnelle IDI et l'ensemble souhaité S sur le plan (position / intensité)



Choix de conception utilisant la métrique en liaison avec la fiabilité

- Diminuer les variations de paramètres acceptées
- Agrandir l'ensemble souhaité S
- Adopter une solution combinée

Sources du laboratoire LISMMA/ Quartz :

Thèse Manel Zerelli Supmeca Mars 2014

Systèmes mécatroniques à paramètres variables. Analyse du comportement et approche du tolérancement

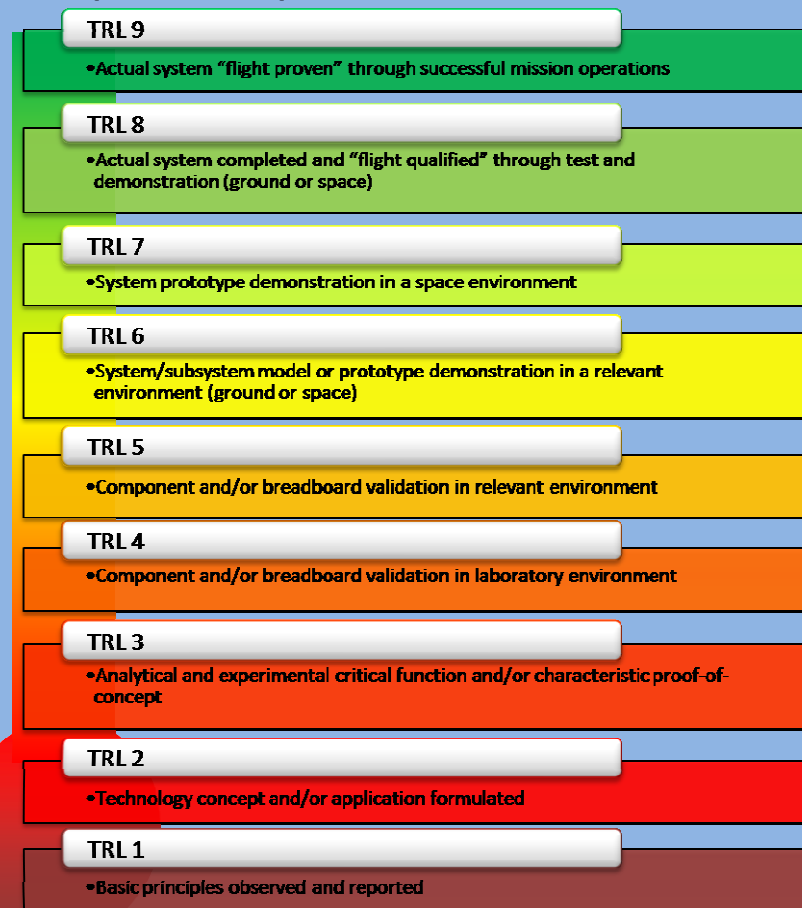
Thèse Aude Warniez Supmeca Mai 2015

Métriques d'intégration pour le choix d'architectures dans la conception des systèmes mécatroniques



Niveau TRL de l'approche

- Algorithmes et expérimentations sur Mathematica effectués sur un cas mécatronique simple : TRL 2-3



Conclusion

Nous avons travaillé sur une approche de l'analyse de systèmes dynamiques hybrides à paramètres incertains basée sur les points suivants :

- Elle s'appuie sur une représentation dynamique déterministe du comportement dans l'espace d'état (inclusion différentielle impulsionnelle IDI)
- Elle prévoit des ensembles identifiés dans lesquels le risque de panne est différent
- Elle supporte des mesures grâce à une métrique (Hausdorff) entre ensembles pertinents
- Elle peut supporter des développements sur le tolérancement
- Cette approche a été implémentée et testée sur un cas simple
- Perspectives :
 - Améliorer les algorithmes (IDI et métrique)
 - Portage sur environnement Modelica de type Openmodelica/Dymola
 - Tests sur différents cas d'utilisations et scenario

