



LMCS 2012

Logiciels pour la modélisation
et le calcul scientifique

Pulv-La Défense (92)- France
07-12 - 2012

***Modélisation de la convection naturelle instationnaire
couplée au transfert radiatif dans une enceinte poreuse.
Application aux échangeurs de chaleur***

Par:

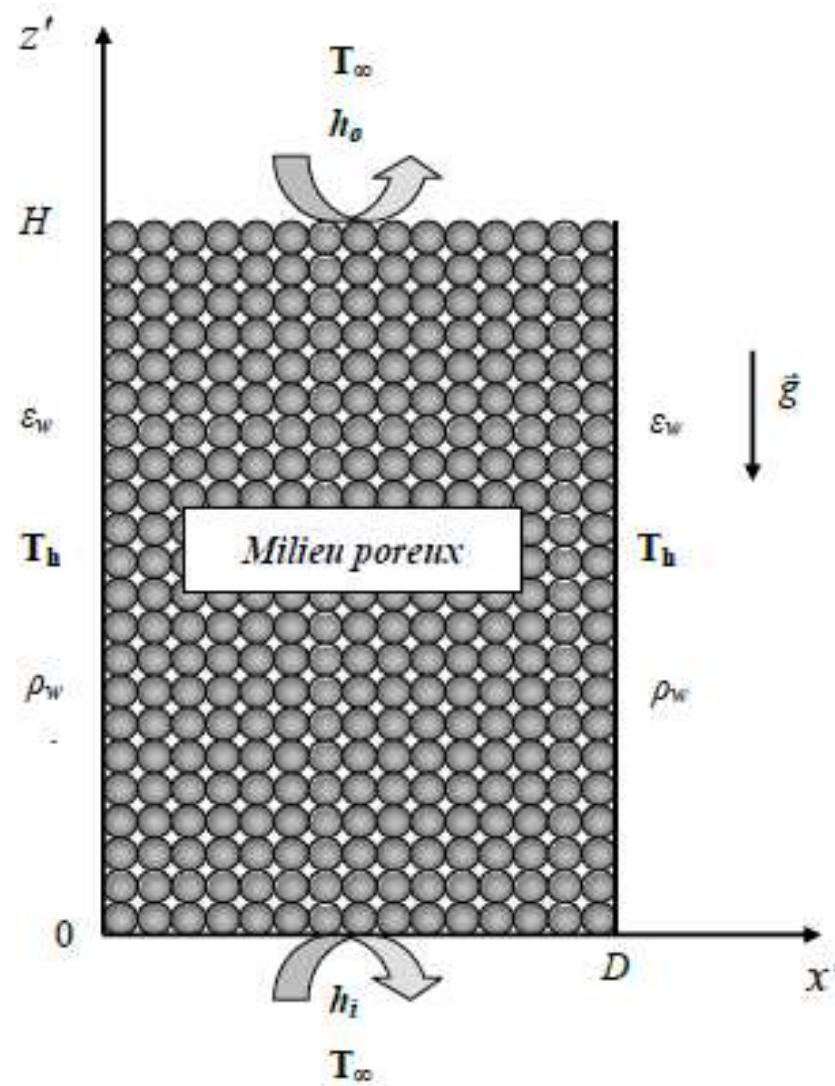
***Khalifa SLIMI, HdR, PhD, Ing.
Institut Supérieur du Transport et de la Logistique,
Université de Sousse, Tunisie
Tel/Fax: +216 73 304 648
E-mail: khalifa.slimi@istls.rnu.tn***



Domaines d'application d'intérêt

- + Isolation thermique/thermique des bâtiments*
- + Traitement des matériaux*
- + Stockage du CO₂ dans les nappes aquifères salins*
- + Modélisation des réservoirs*
- + Séchage des matériaux de construction*
- + Echangeurs de chaleur à lit fixe*

Problème à modéliser





Hypothèses de travail

- H 1. Milieu poreux MP homogène et isotrope**
- H 2. MP formé de grosses particules sphériques à fort émissivité**
- H 3. Phases fluide et solide inertes**
- H 4. MP ST participant (émission, absorption et diffusion isotrope)**
- H 5. Frontières grise diffuses à émissivité ξ et relectivité ρ constantes**
- H 6. Fluide newtonien**
- H 7. Travail de compression & dissipation visqueuse négligeables**
- H 8. Ecoulement et transferts bidimensionnels**
- H 9. Modèle de Darcy**
- H 10. Equilibre thermique local ETL**
- H 11. Propriétés thermophysiques constantes**
- H 12. Approximations de Boussinesq**



Facteurs d'échelle & Variables adimensionnelles

$$L_{ref} = D \quad P_{ref} = \frac{\mu_f}{k} \alpha \quad u_{ref} = \frac{k}{\mu_f} \frac{P_{ref}}{D} \quad t_{ref} = \frac{L_{ref}}{u_{ref}}$$

$$\Delta T_{ref} = T_h - T_\infty \quad I_{ref} = n^2 \sigma T_h^4$$

$$(x, z) = \left(\frac{x', z'}{L_{ref}} \right) \quad (v_x, v_z) = \left(\frac{v'_x, v'_z}{u_{ref}} \right) \quad T = \frac{T' - T_\infty}{\Delta T_{ref}} \quad P = \frac{P' - P_\infty}{P_{ref}} \quad t = \frac{t'}{t_{ref}}$$

$$I = \frac{I'}{I_{ref}}$$



Equations de conservation

Equation de continuité \longrightarrow $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$v_x = -\frac{\partial P}{\partial x} \qquad v_z = -\frac{\partial P}{\partial z} + RaT$$
$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \longrightarrow & \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = Ra \frac{\partial T}{\partial z} \\ \longleftarrow & & \uparrow \end{array}$$

Equation de conservation d'énergie

$$\gamma \frac{\partial T}{\partial z} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{\tau_D^2 (1-\omega)}{N} \left\{ [\Re + (1-\Re)T]^4 - \frac{1}{4} \int_{\Omega=4\pi} I(x, z, \Omega) d\Omega \right\}$$



Transfert radiatif dans les MST

$$\frac{1}{\tau_D} \frac{\partial I(s, \vec{\Omega})}{\partial s} = -I(s, \vec{\Omega}) + (1 - \omega) I_b(s) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I(s, \vec{\Omega}') d\Omega'$$

$$-\nabla \cdot \vec{q}_r = \frac{\tau_D^2 (1 - \omega)}{N} \left\{ [\mathfrak{R} + (1 - \mathfrak{R})T]^4 - \frac{1}{4} \int_{\Omega=4\pi} I(x, z, \Omega) d\Omega \right\}$$



Paramètres de contrôle

- ✚ Epaisseur optique..... $\tau_D = \beta D$
- ✚ Albédo de diffusion..... $\omega = \frac{\sigma_s}{\beta}$
- ✚ Nombre de Planck..... $N = \frac{\lambda \beta \Delta T}{4n^2 \sigma T_h^4}$
- ✚ Nombre de Rayleigh..... $Ra = \frac{kg\beta_T D \Delta T}{\nu \alpha}$
- ✚ Rapport de forme..... $A = \frac{H}{D}$
- ✚ Rapport des chaleurs spécifiques..... $\gamma = \frac{(\rho c_p)_{eff}}{(\rho c_p)_f}$

Conditions initiales & aux limites

- A $t=0$ $P(x, z, 0) = 0$ $T(x, z, 0) = 0$

- En $x=0, 1$ $\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{0,1} = 0$ $T(x = 0, 1, z, t) = 1$

- En $z=0$ $P(x, 0, t) = 0$

$$-\frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial z} = Bi_i T(x, 0, t) + \frac{\tau_D \mathfrak{R}^4}{4N} \left\{ \left[1 + \left(\frac{1 - \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}} \right) T(x, 0, t) \right]^4 - 1 \right\}$$

- En $z=A$ $P(x, A, t) = 0$

$$-\frac{\partial T(x, A, t)}{\partial z} = Bi_0 T(x, A, t) + \frac{\tau_D \mathfrak{R}^4}{4N} \left\{ \left[1 + \left(\frac{1 - \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}} \right) T(x, A, t) \right]^4 - 1 \right\} \quad v_z > 0$$

$$-\frac{\partial T(x, A, t)}{\partial z} = Bi_i T(x, A, t) + \frac{\tau_D \mathfrak{R}^4}{4N} \left\{ \left[1 + \left(\frac{1 - \mathfrak{R}}{\mathfrak{R}} \right) T(x, A, t) \right]^4 - 1 \right\} \quad v_z < 0$$



Conditions aux limites radiatives

- ◆ **En $x=0$**
$$I(0, z) = \frac{\xi}{n^2 \pi} + \frac{\rho}{\pi} \int_{\vec{u} \cdot \vec{\Omega}' < 0} \left| \vec{u} \cdot \vec{\Omega}' \right| d\Omega'$$
- ◆ **En $x=1$**
$$I(1, z) = \frac{\xi}{n^2 \pi} + \frac{\rho}{\pi} \int_{\vec{u} \cdot \vec{\Omega}' > 0} \left| \vec{u} \cdot \vec{\Omega}' \right| d\Omega'$$
- ◆ **Plans $z = 0, A$, parois noires fictives**



Caractérisation du MP

$$k = \frac{\delta^3 d_p^2}{180(1-\delta)^2}$$

Kozeny-Carman 1927

$$(\rho c_p)_{eff} = \delta(\rho c_p)_f + (1-\delta)(\rho c_p)_s$$

$$\lambda_{eff} = \delta\lambda_f + (1-\delta)\lambda_s$$

$$\sigma_s = \frac{1.5(1-\varepsilon)(1-\delta)S_r}{d_p}$$

Singh et Kaviany 1991

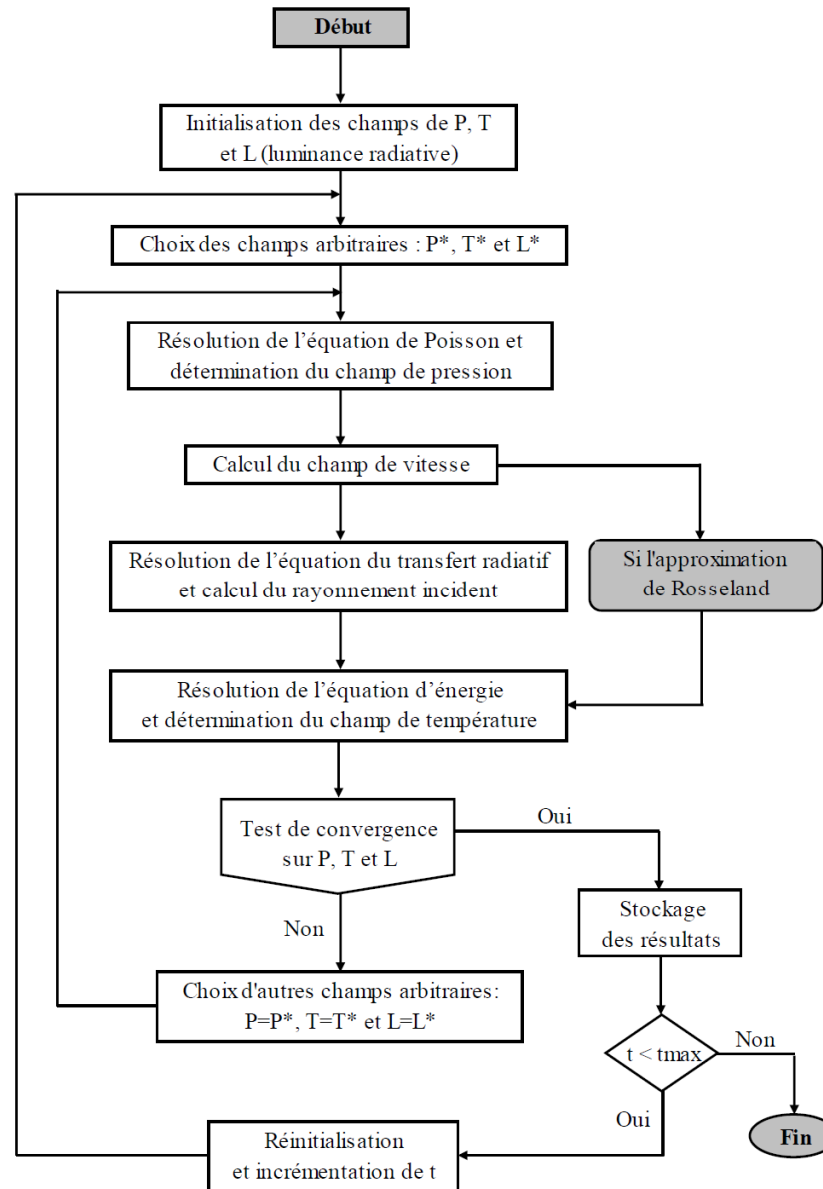
$$\kappa = \frac{1.5\varepsilon(1-\delta)S_r}{d_p}$$

$$\beta = \sigma_s + \kappa = \frac{1.5(1-\delta)S_r}{d_p}$$

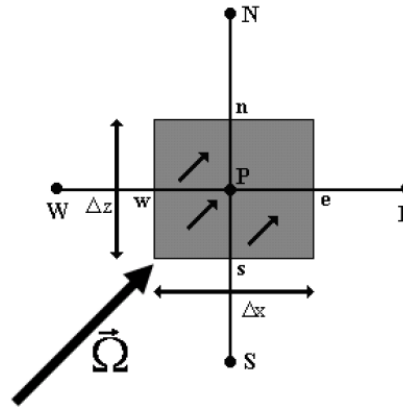
$$S_r = 1 + 1.84(1-\delta) - 3.15(1-\delta)^2 + 7.20(1-\delta)^3$$

pour $\delta > 0.3$

Algorithm de résolution



Discrétisation des équations



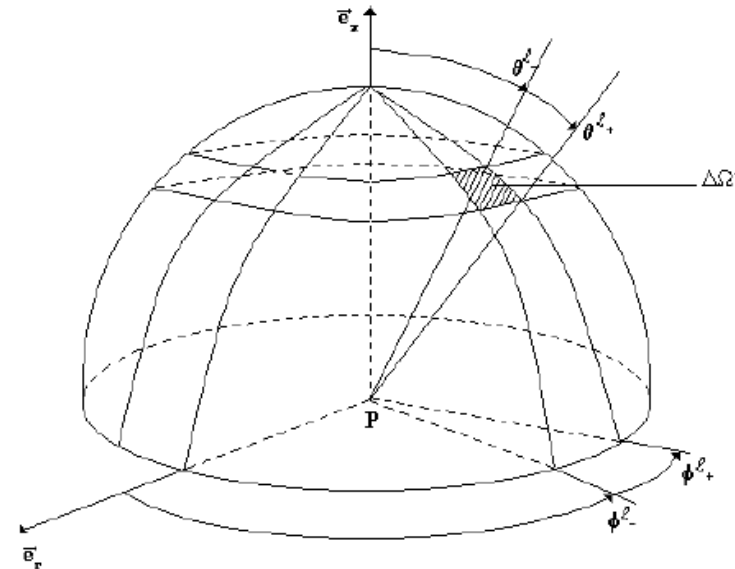
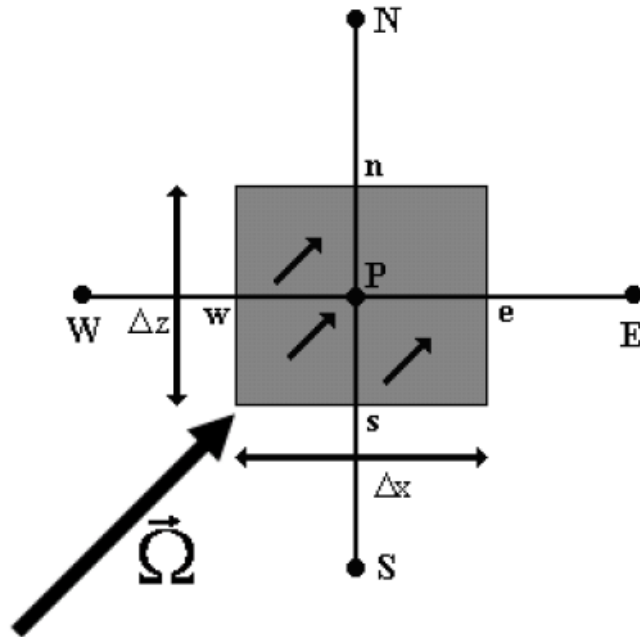
$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{V_c} \left[\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_\Phi - S_\Phi \right] dV_c dt = \int_t^{t+\Delta t} \sum_{S_b} \int_{S_b} \left[\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J}_\Phi - S_\Phi \right] dS_b dt$$

- ✚ *Maillage régulier: 41×41 nœuds*
- ✚ *Terme d'accumulation: Schéma implicite*
- ✚ *Terme convectif: Schéma en loi de puissance d'ordre 2*
- ✚ *Terme diffusif: Schéma centré*



$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + a_S \Phi_S + a_N \Phi_N + a_1$$

Résolution du problème radiatif



✚ *Maillage spatial et angulaire: 41×41 et 6×8*

✚ *Interpolation: Schéma STEP*

$$b_P L_P^\ell = b_W L_W^\ell + b_E L_E^\ell + b_S L_S^\ell + b_N L_N^\ell + b_1$$



Validation du code de calcul

Nombre de Planck	\overline{Nu}	
	Wakil (<i>MOD, S8</i>)	Nos résultats (<i>MVF, N_θ×N_φ=6×8</i>)
$N=10^{-2}$	15.706	15.709
$N=10^{-1}$	7.239	7.241
$N=1$	6.440	6.430

Valeurs de \overline{Nu} en fonction de N pour $Ra = 300$, et $A = 1$.

paramètre de rayonnement	$\overline{Nu}/Ra^{1/2}$		
	Yih	Badruddin et al.	Nos résultats
$R_d=0$	0.4437	0.4409	0.4419
$R_d=0.1$	0.5900	0.5635	0.5780
$R_d=1$	1.3705	1.3808	1.3777



Résultats de la simulation

$$A = 1, \gamma = 0.4, Ra = 10^2, N = 10^{-2}, Bi_i = 10^2, Bi_o = 10^3$$

Efficacité énergétique

$$E_c = \frac{Q_c}{P_e \tau}$$

$$Q_c = m_f c_p (T_o - T_i)$$

ε	0	0.25	0.5	0.75	1
E_c	0.49	2.84	3.53	3.90	4.13

T_i, T_o : Température moyenne du fluide à l'entrée, respectivement à la sortie du milieu

$P_e = 3$ kW

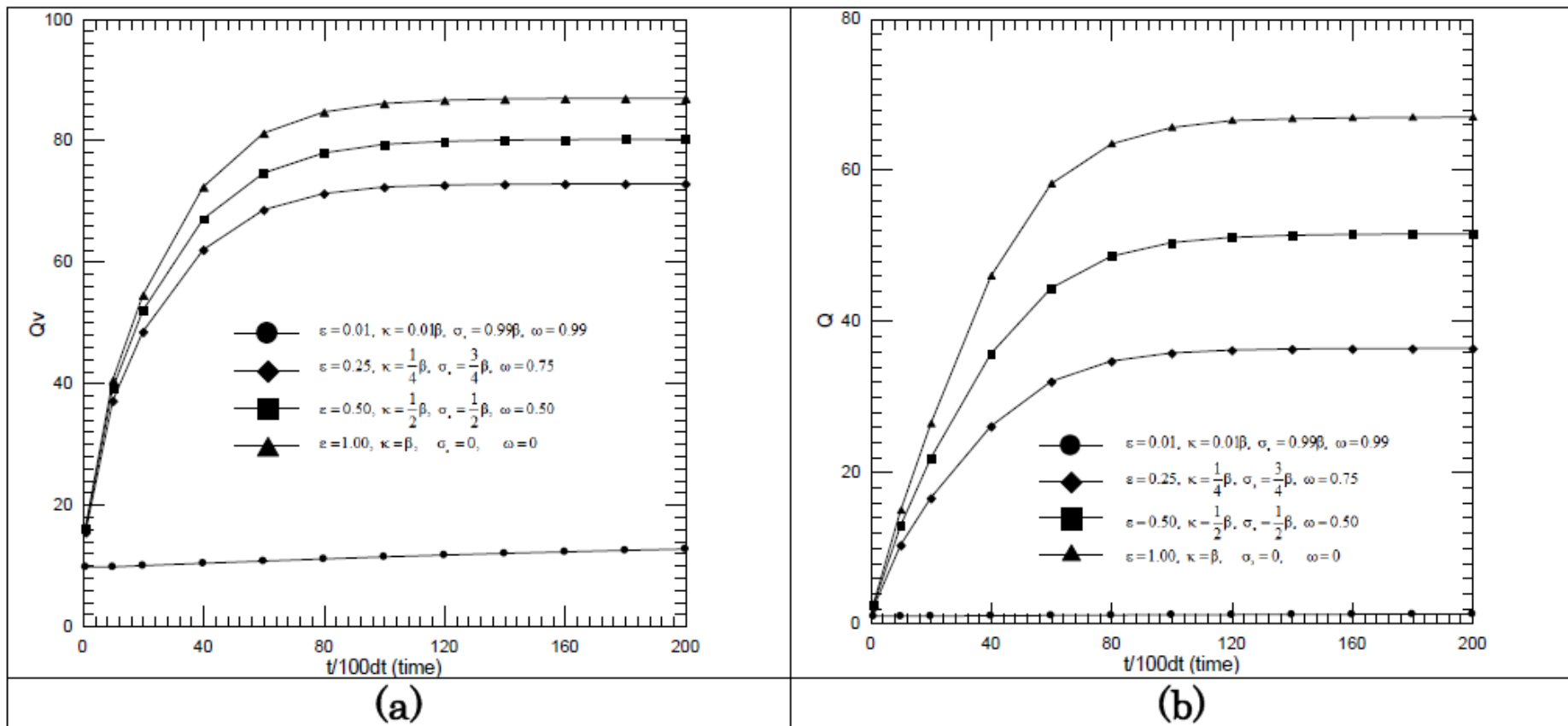
τ : temps nécessaire pour l'établissement du régime stationnaire

Résultats de la simulation

Débit volumique et flux de chaleur convecté

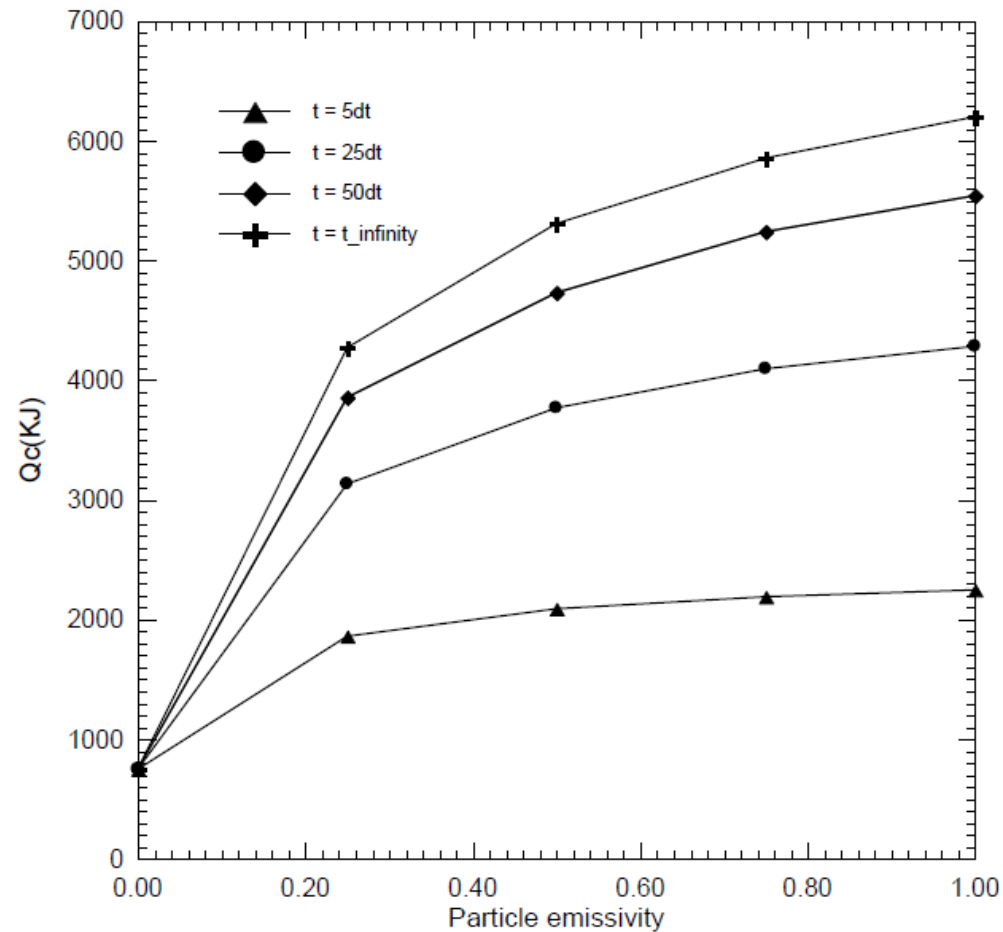
$$q_v = \int_0^1 v_z dx$$

$$Q = \int_0^1 v_z T dx$$



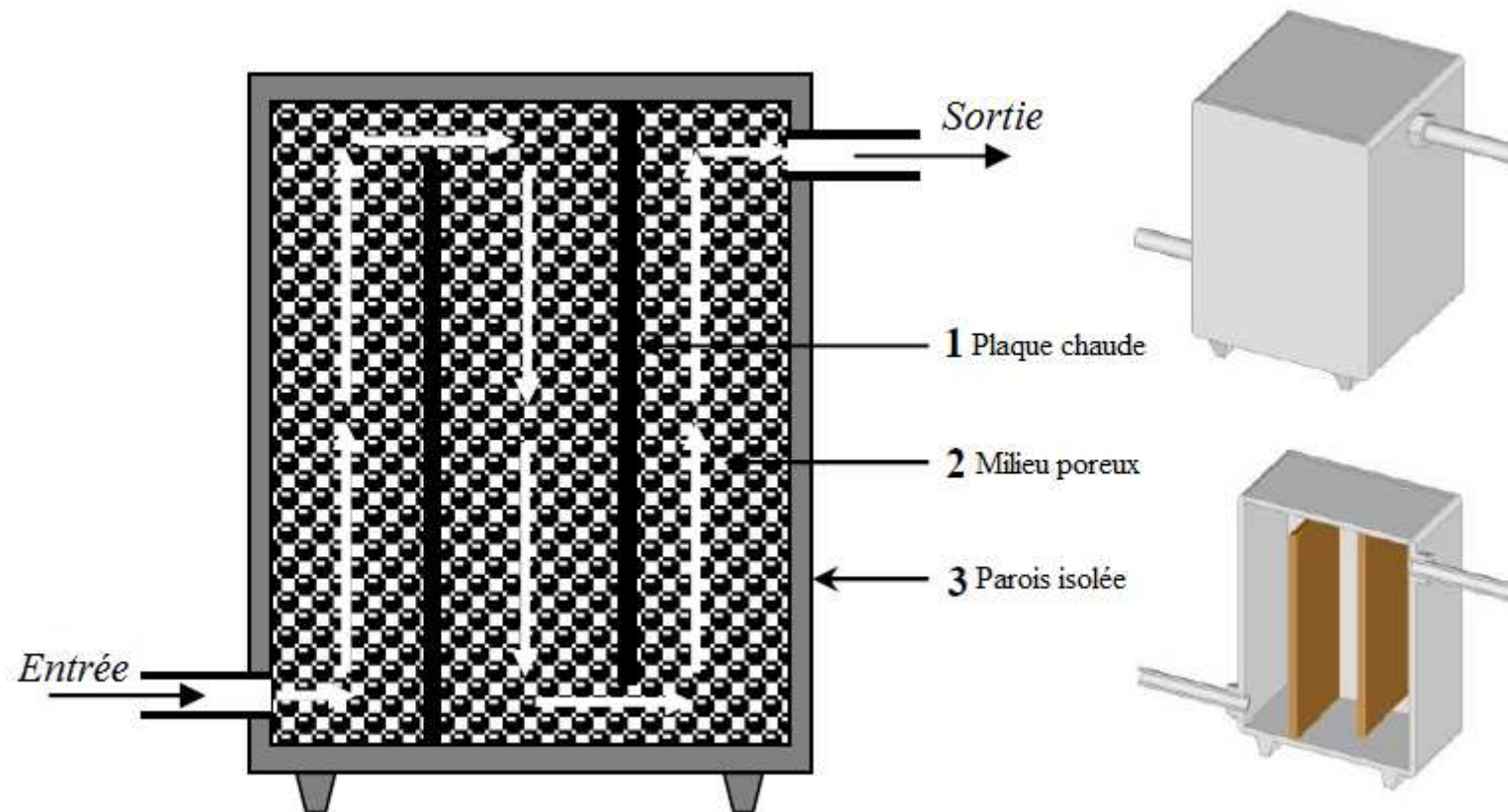
Résultats de la simulation

Quantité de chaleur transférée $Q_c = m_f c_p (T_o - T_i)$



Résultats de la simulation

Modèle d'un échangeur de chaleur à lit fixe





Conclusions

- ◆ Plus ε est élevée plus le débit volumique quittant la face supérieure du domaine qv et le flux de chaleur convecté Q augmentent.
- ◆ La quantité de chaleur à transférer au fluide (Q_c) croit lorsqu'on augmente l'émissivité des particules, ε .
- ◆ L'efficacité énergétique (E_c) est une fonction monotone croissante de l'émissivité particulaire, ε .



Références bibliographiques

- ❑ **Wakil N.**, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 1991.
- ❑ **Yih K. Y.**, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, vol. 26, pp. 259-267, 1999.
- ❑ **Slimi K., Zili G. L., Ben Nasrallah S. et Mohamad A. A.**, *Numer. Heat Transfer Part A*, vol. 45, pp. 451–478, 2004.
- ❑ **Slimi K., Mhimid A., Ben Salah M., Mohamad A. A., Ben Nasrallah S. et Storesletten L.**, *Numer. Heat Transfer, Part A, Applications*, vol. 48, pp. 763-790, 2005.
- ❑ **Slimi K.**, *Int. Journal of Exergy*, vol. 3, pp. 174-190, 2006.
- ❑ **Badrudin I. A., Zainal Z. A., Aswatha Narayana. P. A. et Seetharamu K. N.**, *Int. Comm. in Heat and Mass Transfer*, vol. 33, pp. 500-507, 2006.
- ❑ **Slimi K.**, *Journal of Porous Media*, vol. 12, pp. 43-63, 2009.